

**Федеральное государственное автономное образовательное  
учреждение высшего образования  
«Московский физико-технический институт  
(национальный исследовательский университет)»**

**УТВЕРЖДЕНО**

**Директор физтех-школы  
прикладной математики и  
информатики**

**А.М. Райгородский**

**Рабочая программа дисциплины (модуля)**

<b>по дисциплине:</b>	Дополнительные главы алгоритмов и структур данных. Продвинутый поток
<b>по направлению:</b>	Прикладная математика и информатика
<b>профиль подготовки:</b>	Проектирование и разработка комплексных бизнес-приложений Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики кафедра алгоритмов и технологий программирования
<b>курс:</b>	2
<b>квалификация:</b>	бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 3 (осенний) - Дифференцированный зачет

Аудиторных часов: 60 всего, в том числе:

лекции: 30 час.

семинары: 30 час.

лабораторные занятия: 0 час.

Самостоятельная работа: 75 час.

Всего часов: 135, всего зач. ед.: 3

Программу составил: И.Д. Степанов, ассистент

Программа обсуждена на заседании кафедры алгоритмов и технологий программирования 12.02.2024

## Аннотация

В начале вводятся общие математические обозначения, позволяющие работать с асимптотиками и оценивать сложность работы алгоритмов. Семестр посвящён изучению структур данных, необходимых для разнообразных более сложных алгоритмов. Простейшие структуры стек, очередь, вектор анализируются на предмет эффективности и времени выполнения. Вводятся кучи (двоичная, биномиальная и фибоначчиева), описываются границы их применимости. Изучаются деревья поиска (splay, AVL, декартово, В-дерево) вместе с подробными доказательствами корректности и асимптотики, а также с описанием прикладных преимуществ каждой структуры. Рассматриваются наиболее универсальные техники обработки запросов: хэш-таблицы, деревья отрезков, деревья Фенвика (в том числе многомерные), разреженные таблицы. В рамках рассматриваемых тем оттачиваются различные техники оценки временной сложности алгоритмов: метод потенциалов и метод бухгалтерского учёта. Курс в целом рассчитан на изучение базовых структур, реализация которых требуется во множестве более продвинутых алгоритмов.

Слушатели знакомятся с понятиями алгоритмов, асимптотик, графов, а также рассчитывая на умение студентов самостоятельно реализовывать программный код, обеспечивающий работу сформулированного алгоритма, курс раскрывает аспекты теории графов в области поиска максимального потока в транспортных сетях (в том числе минимальной стоимости), затем переходит к изучению базовых и продвинутых алгоритмов на строках (вкуче с оптимальными способами хранения строк и структур над ними в памяти компьютера), и, наконец, завершается блоком о вычислительной геометрии (освещаются технические детали возможного представления геометрических примитивов в цифровом виде, а также обсуждаются многие классические алгоритмы, актуальность которых обусловлена в первую очередь практическими приложениями).

Дисциплина включает подробное освещение теоретической стороны алгоритмов, разбор и тренировка решений практических задач, а также предполагает самостоятельное изучение студентами материала предмета через решение домашних теоретических и практических задач. Для освоения курса необходимы базовые понимания о понятии алгоритма и работе компьютера; также требуется достаточная подкованность в простейших определениях и терминах дискретной математики.

## 1. Цели и задачи

### Цель дисциплины

- расширенное ознакомление студентов с основными принципами проектирования и анализа алгоритмов и структур данных, закрепление навыков обоснования корректности алгоритмов, их практической реализации, теоретической и экспериментальной оценки их временной сложности.

### Задачи дисциплины

- научить формулировать задачи в терминах изученных теорий, выбирать подходящий алгоритм для поставленной задачи;
- научить разрабатывать комбинации алгоритмов для решения поставленных задач, оценивать сложности алгоритмов, выбирать подходящие структуры данных для поставленных задач, реализовывать алгоритмы на языке программирования C++.

## 2. Перечень формируемых компетенций

Освоение дисциплины направлено на формирование следующих компетенций:

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки
	ОПК-1.1 Способен анализировать поставленную задачу, намечать пути ее решения
	ОПК-1.3 Способен определять границы применимости полученных результатов
ОПК-2 Способен использовать современные информационные технологии и	ОПК-2.2 Знает и умеет применять численные математические методы и прикладное программное обеспечение для решения научных задач в профессиональной области

программные средства при решении задач профессиональной деятельности, соблюдая требования информационной безопасности	ОПК-2.1 Способен применять современные вычислительную технику и сервисы сети Интернет в области (сфере) профессиональной деятельности
	ОПК-2.3 Знает основные требования информационной безопасности

### 3. Перечень планируемых результатов обучения по дисциплине (модулю)

В результате освоения дисциплины обучающиеся должны

знать:

- определения асимптотик в O-нотации;
- определения простейших линейных структур данных (стек, очередь, вектор) и времена обработки запросов в них;
- алгоритм быстрой сортировки;
- определение и практическую необходимость деревьев поиска;
- определения потоков в сети, базовых функций над строками, базовых геометрических объектов;
- алгоритмы для нахождения максимального потока в сети (в т.ч. минимальной стоимости);
- алгоритмы поиска шаблона в тексте;
- способы представления геометрических объектов в памяти компьютера.

уметь:

- оценивать сложность алгоритмов;
- строго доказывать утверждения о корректности алгоритмов;
- применять необходимую технику для решения алгоритмических задач;

владеть:

- разнообразными методами пересечения базовых геометрических примитивов;
- методами доказательства корректности утверждений об алгоритмах;
- приёмами сведения общих задач к более конкретным и простым.

### 4. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам) с указанием отведенного на них количества академических часов и видов учебных занятий

#### 4.1. Разделы дисциплины (модуля) и трудоемкости по видам учебных занятий

№	Тема (раздел) дисциплины	Трудоемкость по видам учебных занятий, включая самостоятельную работу, час.			
		Лекции	Семинары	Лаборат. работы	Самост. работа
1	Простейшие строковые алгоритмы	6	6		15
2	Строковые суффиксные структуры	6	6		15
3	Геометрические примитивы	6	6		15
4	Выпуклая оболочка	6	6		13
5	Рандомизированные алгоритмы и комбинаторные игры	6	6		17
Итого часов		30	30		75
Подготовка к экзамену		0 час.			
Общая трудоёмкость		135 час., 3 зач.ед.			

#### 4.2. Содержание дисциплины (модуля), структурированное по темам (разделам)

Семестр: 3 (Осенний)

##### 1. Простейшие строковые алгоритмы

Зет- и префикс-функция строки. Алгоритмы их нахождения за линейное время. Алгоритм Манакера. Структура данных бор. Алгоритм Ахо-Корасик. Поиск вхождения шаблона в строку и шаблонов в текст. Подсчёт числа вхождений.

## 2. Строковые суффиксные структуры

Суффиксное дерево и суффиксный автомат. Нахождение числа всех подстрок строки.

## 3. Геометрические примитивы

Точка, прямая, окружность, отрезок, луч. Представление в памяти компьютера. Скалярное и векторное произведение, две формы выражения. Поиск пересечения двух прямых, прямой и окружности, двух окружностей. Нахождение замечательных точек треугольника: точки пересечения биссектрис, медиан, высот.

## 4. Выпуклая оболочка

Определение выпуклой оболочки. Алгоритмы Джарвиса, Грэхема, Эндрю. Алгоритм Чена. Поиск объемлющей фигуры минимального периметра или площади.

## 5. Рандомизированные алгоритмы и комбинаторные игры

Минимальная покрывающая окружность. Непустота пересечения полуплоскостей. Определение игры ним, эквивалентности игр. Теория Шпрага-Гранди об эквивалентности любой справедливой ациклической игры игре ним. Ретроанализ.

## **5. Описание материально-технической базы, необходимой для осуществления образовательного процесса по дисциплине (модулю)**

Учебная аудитория, с доской.

## **6.Перечень рекомендуемой литературы**

Основная литература

1. Введение в теорию алгоритмов и структур данных, Электронная версия печатной публикации / М. А. Бабенко, М. В. Левин. — Москва, МЦНМО, 2016

Дополнительная литература

## **7. Перечень ресурсов информационно-телекоммуникационной сети "Интернет", необходимых для освоения дисциплины (модуля)**

Не используются

## **8. Перечень информационных технологий, используемых при осуществлении образовательного процесса по дисциплине (модулю), включая перечень необходимого программного обеспечения и информационных справочных систем (при необходимости)**

Для успешного освоения дисциплины, студент использует следующие программные средства:  
- компилятор языка C++.

## **9. Методические указания для обучающихся по освоению дисциплины (модуля)**

В преподавании дисциплины сочетаются практические занятия в компьютерном классе и домашние задания, состоящие из теоретических задач и задач на программирование с автоматической проверкой корректности.

**ОЦЕНОЧНЫЕ МАТЕРИАЛЫ ПО ДИСЦИПЛИНЕ (МОДУЛЮ)**

<b>по направлению:</b>	Прикладная математика и информатика
<b>профиль подготовки:</b>	Проектирование и разработка комплексных бизнес-приложений Физтех-школа Прикладной Математики и Информатики кафедра алгоритмов и технологий программирования
<b>курс:</b>	<u>2</u>
<b>квалификация:</b>	бакалавр

Семестр, формы промежуточной аттестации: 3 (осенний) - Дифференцированный зачет

**Разработчик:** И.Д. Степанов, ассистент

## 1. Компетенции, формируемые в процессе изучения дисциплины

Код и наименование компетенции	Индикаторы достижения компетенции
ОПК-1 Способен применять фундаментальные знания, полученные в области физико-математических и (или) естественных наук и использовать их в профессиональной деятельности	ОПК-1.2 Способен строить математические модели, производить количественные расчеты и оценки
	ОПК-1.1 Способен анализировать поставленную задачу, намечать пути ее решения
	ОПК-1.3 Способен определять границы применимости полученных результатов
ОПК-2 Способен использовать современные информационные технологии и программные средства при решении задач профессиональной деятельности, соблюдая требования информационной безопасности	ОПК-2.2 Знает и умеет применять численные математические методы и прикладное программное обеспечение для решения научных задач в профессиональной области
	ОПК-2.1 Способен применять современные вычислительную технику и сервисы сети Интернет в области (сфере) профессиональной деятельности
	ОПК-2.3 Знает основные требования информационной безопасности

## 2. Показатели оценивания компетенций

В результате изучения дисциплины «Дополнительные главы алгоритмов и структур данных. Продвинутый поток (ФПМИ)» обучающийся должен:

### знать:

- определения асимптотик в O-нотации;
- определения простейших линейных структур данных (стек, очередь, вектор) и времена обработки запросов в них;
- алгоритм быстрой сортировки;
- определение и практическую необходимость деревьев поиска;
- определения потоков в сети, базовых функций над строками, базовых геометрических объектов;
- алгоритмы для нахождения максимального потока в сети (в т.ч. минимальной стоимости);
- алгоритмы поиска шаблона в тексте;
- способы представления геометрических объектов в памяти компьютера.

### уметь:

- оценивать сложность алгоритмов;
- строго доказывать утверждения о корректности алгоритмов;
- применять необходимую технику для решения алгоритмических задач;

### владеть:

- разнообразными методами пересечения базовых геометрических примитивов;
- методами доказательства корректности утверждений об алгоритмах;
- приёмами сведения общих задач к более конкретным и простым.

## 3. Перечень типовых (примерных) вопросов, заданий, тем для подготовки к текущему контролю

3 семестр:

1. Пусть  $c > 0$  -- константа. Докажите, что решение рекурренты  $T(n) = T(n/3) + T(2n/3) + cn$  ведёт себя как  $\Omega(n \log n)$ .
2. Разработайте стек, который умеет прибавлять ко всем хранящимся значениям произвольную поправку  $x$  за  $O(1)$ . Иными словами, нужно реализовать операцию увеличения всех чисел в стеке на  $x$ .
3. В  $2n - 1$  ящиках лежат яблоки и апельсины. Требуется выбрать  $n$  ящиков так, что в них окажется не менее половины всех яблок и не менее половины всех апельсинов. Докажите, что такой выбор всегда существует.
4. Двоичная куча с минимумом в корне на  $n$  элементах расположена в памяти в виде массива. По числу  $k$  найдите минимальные  $k$  элементов в куче за  $O(k \log k)$ .

5. Пусть  $G$  -- ациклический ориентированный граф. Предложите алгоритм поиска наименьшего количества вершинно непересекающихся путей, которые покрывают все вершины  $G$ . Асимптотика:  $O(nm)$ , где  $n$  -- число вершин в  $G$ , а  $m$  -- число его рёбер.
6. Модифицируйте алгоритм Куна так, чтобы его время работы составляло  $O(am)$ , где  $a$  -- размер максимального паросочетания, а  $m$  -- число рёбер графа.
7. Докажите теорему о декомпозиции потока: если в сети  $G$  течёт некий поток  $f$ , то его можно разбить на несколько путей из  $s$  в  $t$ , а также на несколько (замкнутых) циклов.
8. Как реализовать алгоритм Ахо--Корасик на динамически расширяющемся множестве строк? Используйте идею разложения  $n$  по степеням двойки.
9. Предложите алгоритм нахождения пересечения двух выпуклых многоугольников за  $O(nm)$ , если  $n$  -- это количество сторон в первом из них, а  $m$  -- во втором.
10. Поток минимальной стоимости. Корректность алгоритма, асимптотика. Применение алгоритмов Форда-Беллмана и Дейкстры (с потенциалами).

#### 4. Перечень типовых (примерных) вопросов и тем для проведения промежуточной аттестации обучающихся

1. Стандартные контейнеры: `vector`, `deque`, `list`, `set`, `map`, `unordered_map`, итераторы, компараторы.
2. Бор. Алгоритм Ахо-Корасик.
3. Суффиксное дерево.
4. Вычисление выпуклой оболочки множества точек в 2D.
5. Триангуляция Делоне.
6. Диаграмма Вороного.
7. Определение, алгоритмы построения (б/д). Примеры применения.
8. Длинная арифметика.
9. Сложение, вычитание, хранение знака, умножение, деление.
10. Алгоритм Карацубы.
11. Быстрое преобразование Фурье.
12. Планиметрия: примитивы точки, прямой, окружности.
13. Построение прямой. Пересечения (прямых, окружностей).
14. Проверка принадлежности точки многоугольнику.
15. Паросочетания в двудольных графах, алгоритм Куна.
16. Максимальное независимое множество, минимальное вершинное покрытие.

#### Критерии оценивания

отлично

- 10 Полностью и вовремя решены все задачи без ошибок. Продемонстрирован грамотный подход к решению задач, реализованы оптимальные алгоритмы, код оформлен в едином удобочитаемом стиле
- 9 Полностью и вовремя решены все задачи без ошибок. Продемонстрирован грамотный подход к решению задач, реализованы оптимальные алгоритмы
- 8 Полностью и вовремя решены все задачи без ошибок. Продемонстрирован грамотный подход к решению задач

хорошо

- 7 Полностью решены все задачи. Допущены несущественные ошибки.
- 6 Полностью решено большинство задач. В некоторых задачах допущены и не исправлены ошибки, либо некоторые задачи решены частично.
- 5 Полностью решено две трети задач. В некоторых задачах допущены и не исправлены ошибки, либо некоторые задачи решены частично.

удовлетворительно

- 4 Полностью решено более половины задач. В остальных задачах допущены и не исправлены ошибки, либо некоторые задачи решены частично.
- 3 Полностью решено более половины задач.

неудовлетворительно

2 Решено менее половины задач.

1 Не решено ни одной задачи.

**5. Методические материалы, определяющие процедуры оценивания знаний, умений, навыков и (или) опыта деятельности**

Во время проведения дифференцированного зачета обучающиеся могут пользоваться программой дисциплины.